

Олимпиадная работа по математике
ученицы 8 „В“ класса
Жариновой Евы Тишировны

8.1 $2^{45} \cdot 25^{19} = 2^9 \cdot 2^9 \cdot 5^5 \cdot 5^5 \cdot 5^9$ (ОС)

8.2 Дано тождество:

$$(a+b)^2 - (c+d)^2 + (a+c)^2 - (b+d)^2 = 2(a-d)(a+b+c+d)$$

Чтобы его доказать упростим левую часть:

$$\begin{aligned} & (a+b)^2 - (c+d)^2 + (a+c)^2 - (b+d)^2 = \\ & = ((a+b) - (c+d))((a+b) + (c+d)) + ((a+c) - (b+d))((a+c) + (b+d)) = \\ & = (a+b-c-d)(a+b+c+d) + (a+c-b-d)(a+c+b+d) = \\ & = (a+b+c+d)(a+b-c-d+a+c-b-d) = \\ & = (a+b+c+d)(2a-2d) = 2(a-d)(a+b+c+d) \end{aligned}$$
 (ОС)

8.3 Пусть два последовательных числа: x, y .

Пусть они двузначные.

$$x = \overline{ab} = 10a + b \Rightarrow 10a : 10, \text{ но } b ?$$

$$y = \overline{cd} = 10c + d \Rightarrow 10c : 10, \text{ но } d ?$$

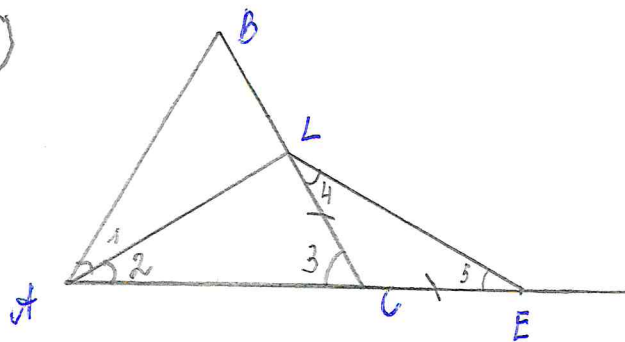
Значит $(10a+b)$ и $(10c+d)$ кратны 10 в случае если b и d равны 10.

$$\text{т.к. } y - x = 1, \text{ то } (10c+d) - (10a+b) = 1, (10c+10) - (10a+10) = 1,$$

$$10c+10-10a-10=1, 10(c-a)=1, c-a=0,1.$$

✓ Следовательно, ответ: нет, таких чисел не существует.

8.4



Дано:
 $\triangle ABC$ - равнобедренный.
 $AB = BC$; $\angle 1 = \angle 2$;
 $CE = CL$;
 Доказать: $AL = LE$

Доказательство.

- ① $\triangle ABC$ - равнобедренный по условию, значит углы при основании AC равны, т.е.
 $\angle BAC = \angle BCA$, значит $\angle 3 = \angle A$,
 т.к. $\angle A = \angle 1 + \angle 2$, значит $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$.

- ② $\angle 3$ и $\triangle CLE$

Мы знаем, что внешний угол треугольника равен сумме углов не смежных с ним (1).

$\angle 3$ - внешний угол $\triangle CLE$ и смежный с $\angle 4$, $\angle 5$.
 По свойству (1) следует, что $\angle 3 = \angle 4 + \angle 5$.

- ③ Итак, нам известно, что:

$$\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$$

$$\angle 3 = \angle 4 + \angle 5$$

Из этого можно сделать вывод:

$$\angle 3 = \angle 3 \Rightarrow \angle 1 + \angle 2 = \angle 4 + \angle 5$$

- ④ Докажем, что $\angle 1 = \angle 2 = \angle 4 = \angle 5$

$\angle 1 = \angle 2$, т.к. биссектриса AL делит $\angle A$ на два равных угла.

$\angle 4 = \angle 5$, т.к. они являются углами при основании LE равнобедренного треугольника CLE ($LC = CE$ по условию, а это боковая сторона).

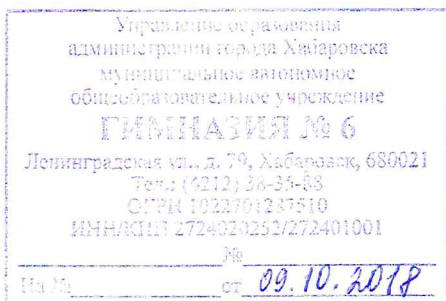
Из этого можно сделать вывод:

$$\angle 1 = \angle 2 = \angle 4 = \angle 5, \text{ следовательно } \angle 2 = \angle 5.$$

- ⑤ $\angle 2 = \angle 5$ - углы при основании AE треугольника ALE , значит $\triangle ALE$ - равнобедренный.
 Из этого следует, что боковые стороны $\triangle ALE$ равны, т.е.

$$AL = LE, \text{ и т.д.}$$

~~75~~



Олимпиадная работа по математике
ученицы 8, В⁴ класса
Каршиковой Евы Жилиуровны

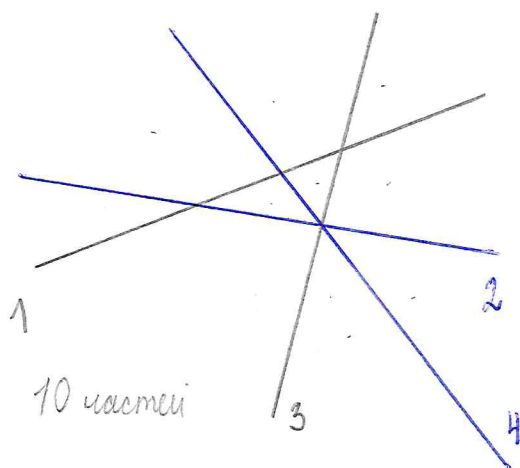
продолж. работы.

8.5

■ - 1-й игрок

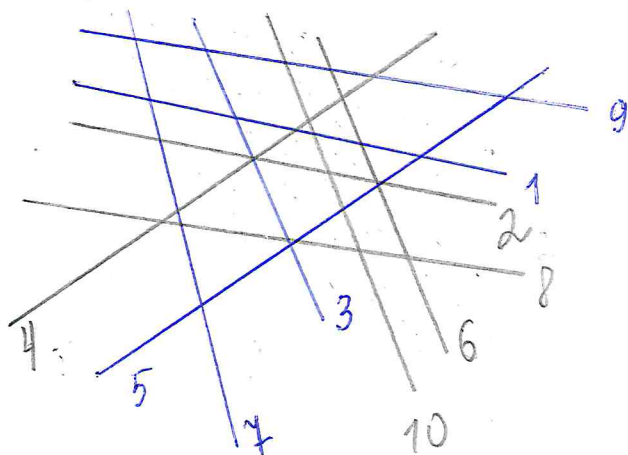
■ - 2-й игрок

① Пусть первым ходит 1-й игрок.

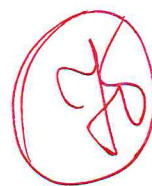


✓ Вывод: выиграл 2-й игрок
после хода № 4, первым ходил
1-й игрок.

② Пусть первым ходит 2-й игрок.



✓ Вывод: выиграл 1-й игрок после
хода № 10, первым ходил
2-й игрок.



✓ Вывод: выигрывает тот, кто ходит вторым, самый простой
способ выиграть для того, кто ходит вторым: проводить прямые,
параллельные тем прямым, которые проводит 1-й игрок.

